

TEMA: Pravokotni trikotniki v pravilni 4-strani piramidi

Z modro barvo so pisana navodila in opombe, ki jih ni potrebno prepisovati.

UVOD: Rešitve domače naloge

- Pravilna 4-strana piramida
Kvadrat
 $Pl = 4 \cdot 15 = 60 \text{ cm}^2$
 $P = O + Pl = 36 + 60 = 96 \text{ cm}^2$
 $a = \sqrt{36 \text{ cm}^2} = 6 \text{ cm}$
- $O = 100 \text{ cm}^2$
 $v = 17 \text{ cm}$
 $V = \frac{O \cdot v}{3} = \frac{100 \cdot 17}{3} = 566,67 \text{ cm}^3 = 0,566 \text{ l}$
- $O = 4 \text{ cm}^2$
 $Pl = 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2} = 9,6 \text{ cm}^2$
 $P = O + Pl = 13,6 \text{ cm}^2$

PONOVITEV: (ustno) Opiši pravilno 4-strano piramido.

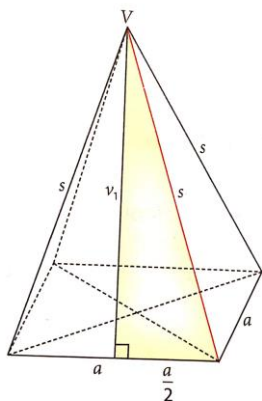
GLAVNI DEL:

V zvezek si napišite naslednjo snov in zglede:

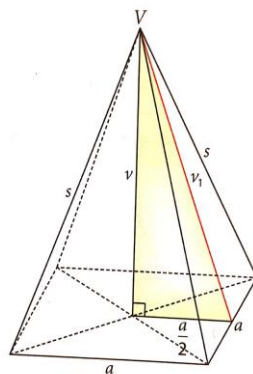
PRAVOKOTNI TRIKOTNIKI V PRAVILNI 4-STRANI PIRAMIDI

V pravilni 4-strani piramidi opazimo v 3 pravokotne trikotnike. V vsakem od njih lahko uporabimo Pitagorov izrek ($c^2 = a^2 + b^2$, c-hipotenuza, a in b kateti).

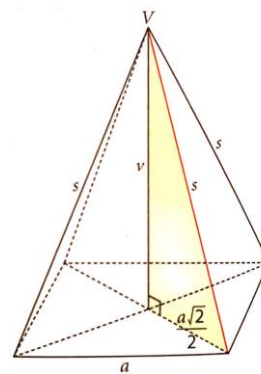
Slike si lahko prerišeš tudi s pomočjo učbenika str. 158.



$$s^2 = v_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$



$$v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

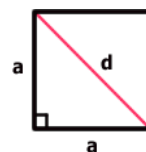


$$s^2 = v^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

Prvi pravokotni trikotnik leži na stranski ploskvi, drugi in tretji ležita znotraj piramide.

Pri drugem pravokotnem trikotniku je kateta na osnovni ploskvi a enaka polovici osnovnega roba $\frac{a}{2}$.

Pri tretjem je kateta na osnovni ploskvi enaka polovici diagonale kvadrata d torej $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



$$\begin{aligned} d^2 &= a^2 + a^2 \\ d^2 &= 2a^2 \\ d &= a\sqrt{2} \end{aligned}$$

Spomni se iz 8. razreda: Diagonala kvadrata $d = a\sqrt{2}$

ZGLEDI:

1. Osnovni rob pravilne 4-starne piramide meri 10 cm, stranska višina pa 13 cm. Izračunaj površino piramide, določi višino piramide in prostornino piramide.
Pri vsaki nalogi najprej izpišeš podatke, ime piramide (če je podano), narišeš skico osnovne ploskve in napišeš formuli za ploščino osnovne ploskve in obseg osnovne ploskve

Podatki: Ime piramide: pravilna 4-strana piramida Skica osnovne ploskve:

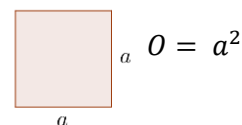
$$a = 10 \text{ cm}$$

$$v_1 = 13 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

$$v = ?$$

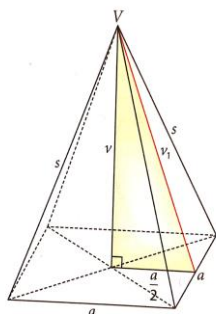
$$V = ?$$



Površino piramide brez problema izračunamo. Podatke samo vstavimo v formulo za P iz prejšnje ure.

$$P = O + Pl = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2} = 10^2 + 4 \cdot \frac{10 \cdot 13}{2} = 100 + 260 = 360 \text{ cm}^2$$

Če hočemo izračunati višino, poiščemo pravokotni trikotnik v piramidi, ki bi nam povezoval podatke, ki jih imamo podane a in v_1 . Narišemo si skico piramide s trikotnikom.



Pitagorov izrek za pravokotni trikotnik:

$$v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{Ker potrebujemo } v, \text{ jo izrazimo iz enačbe.}$$

$$v^2 = v_1^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 13^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 169 - 25 = 144 \quad \text{Korenimo.}$$

$$v = 12 \text{ cm}$$

Da izračunamo prostornino, samo v formulo vstavimo podane in izračunane podatke.

$$V = \frac{O \cdot v}{3} = \frac{a^2 \cdot v}{3} = \frac{100 \cdot 12}{3} = 400 \text{ cm}^3$$

Odgovor: Površina piramide meri 360 cm^2 , višina 12 cm in prostornina 400 cm^3 .

2. Stranski rob pravilne 4-strane piramide meri 41 cm, stranska višina pa 40 cm. Izračunaj površino in prostornino piramide.

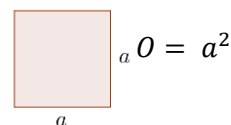
Podatki: Ime piramide: pravilna 4-strana piramida Skica osnovne ploskve:

$$s = 41 \text{ cm}$$

$$v_1 = 40 \text{ cm}$$

$$P = ?$$

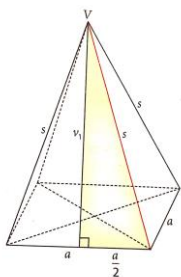
$$V = ?$$



Če poskušamo vstaviti podane podatke v formulo za površino, ugotovimo, da nam manjka podatek osnovnega roba a .

$$P = O + Pl = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2}$$

Poiskati moramo pravokotni trikotnik v piramidi, povezuje dane podatke in manjkajoči rob a .



Zapišemo Pitagorov izrek za obarvan pravokotni trikotnik.

$$s^2 = v_1^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{Izrazimo } \left(\frac{a}{2}\right)^2.$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - v_1^2 = 41^2 - 40^2 = 1681 - 1600 = 81 \quad \text{Korenimo.}$$

$$\frac{a}{2} = 9 \text{ cm}$$

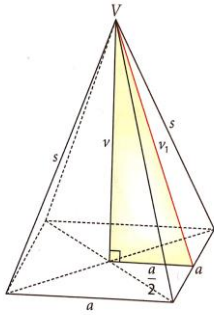
Dobili smo polovico stranice, zato cela meri dvakrat več.

$$a = 18 \text{ cm}$$

Sedaj lahko izračunamo površino.

$$P = O + Pl = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot v_1}{2} = 18^2 + 4 \cdot \frac{18 \cdot 40}{2} = 324 + 1440 = 1764 \text{ cm}^2$$

Za izračun prostornine nam manjka še višina, zato potrebujemo še en pravokotni trikotnik.



Pitagorov izrek za pravokotni trikotnik:

$$v_1^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{Ker potrebujemo } v, \text{ jo izrazimo iz enačbe.}$$

$$v^2 = v_1^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 40^2 - \left(\frac{18}{2}\right)^2 = 1600 - 81 = 1519 \quad \text{Korenimo.}$$

$$v = \sqrt{1519} \text{ cm}$$

1519 ni popolni kvadrat, zato korena na pamet ne znamo izračunati. Če želimo natančen rezultat, pustimo koren, če pa bi bila to uporabna naloga, bi s kalkulatorjem izračunali približek.

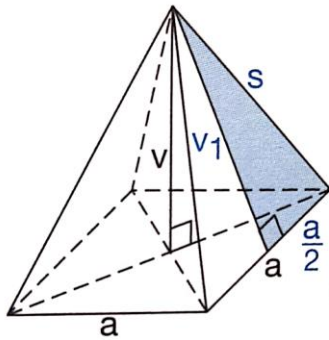
$$V = \frac{O \cdot v}{3} = \frac{a^2 \cdot v}{3} = \frac{324 \cdot \sqrt{1519}}{3} = 108\sqrt{1519} \text{ cm}^3$$

Odgovor: Površina piramide meri 1764 cm^2 , prostornina pa $108\sqrt{1519} \text{ cm}^3$.

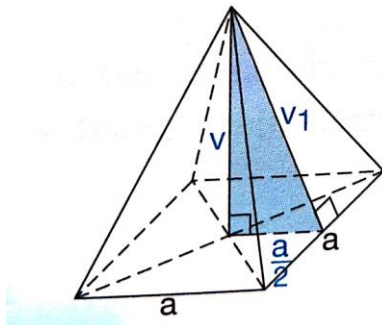
DOMAČA NALOGA:

1. Izračunaj neznano količino pravilne 4- strane piramide na sliki.

a) $s = 5 \text{ cm}$, $a = 6 \text{ cm}$, $v_1 = ?$



b) $v_1 = 17 \text{ cm}$, $v = 15 \text{ cm}$, $a = ?$



c) $d = 14 \text{ cm}$, $v = 24 \text{ cm}$, $s = ?$

